



Z E R O

Số 0:

Tiểu sử
một phát kiến
nguy hiểm

ZERO

Copyright © Charles Seife, 2000

All rights reserved including the right of reproduction in whole or in part in any form.

This edition published by arrangement with Viking, an imprint of Penguin Publishing Group, a division of Penguin Random House LLC

SỐ 0: TIỂU SỬ MỘT PHÁT KIẾN NGUY HIỂM

Tác giả: Charles Seife

Bản quyền tiếng Việt © Công ty Cổ phần Sách Omega Việt Nam, 2025

Bản dịch tiếng Việt © Công ty Cổ phần Sách Omega Việt Nam

Công ty Cổ phần Sách Omega Việt Nam xuất bản, bìa mềm, 2025

Thiết kế và trình bày: Công ty Cổ phần Sách Omega Việt Nam

Hình ảnh minh họa

Trang 29, 30, 70, 87: Courtesy of the Library of Congress

Trang 66: The Nelson-Atkins Museum of Art, Kansas City, Missouri

Trang 88: Vredeman de Vries phối cảnh, Henricus Hondius, Leiden, Netherlands, 1604 (Dover Publications, New York, 1968)

Những hình vẽ khác: Matt Zimet

Hình ảnh bìa: Post Tool Design

Công ty Cổ phần Sách Omega Việt Nam – thành viên của Alpha Publishing Group.

CÔNG TY CP SÁCH OMEGA VIỆT NAM (OMEGA PLUS) thành lập tháng 9/2016 với định hướng xuất bản tri thức nền tảng trong lĩnh vực Khoa học Nhân văn, Khoa học Tự nhiên, Chính trị - Xã hội, Triết học, Nghệ thuật... Đến nay, chúng tôi đã xuất bản gần 500 đầu sách thuộc 7 tủ sách, bao gồm: Kinh điển, Sử Việt, Khoa học, Nhân vật Vĩ đại, Nghệ thuật, Tủ sách Đời người, và Tủ sách Y sinh (Medinsights). Thông qua việc xuất bản các ấn phẩm có giá trị, mang hàm lượng tri thức cao, qua các hoạt động nhằm đưa tri thức hữu ích đến cộng đồng; Omega Plus mong muốn đóng góp theo cách riêng vào sự phát triển đang ngày càng mạnh mẽ của xã hội.

Không phần nào thuộc sở hữu của Công ty Cổ phần Sách Omega Việt Nam và được chủ sở hữu nhượng quyền trong xuất bản phẩm này được phép sao chép, lưu trữ trong hệ thống truy xuất hoặc truyền đi dưới bất kỳ hình thức nào hoặc bằng bất kỳ phương tiện nào gồm điện tử, cơ khí, sao chụp, ghi âm hoặc mọi hình thức và phương tiện khác mà không có sự cho phép trước bằng văn bản của Công ty Cổ phần Sách Omega Việt Nam. Chúng tôi luôn mong muốn nhận được những ý kiến đóng góp của quý vị độc giả để sách ngày càng hoàn thiện hơn.

Biên mục trên xuất bản phẩm của Thư viện Quốc gia Việt Nam

Seife, Charles

Số 0: Tiểu sử một phát kiến nguy hiểm / Charles Seife ; Nguyễn Trung Hiếu dịch. - H. : Dân trí ; Công ty Sách Omega Việt Nam, 2025. - 264 tr. ; 24 cm

Tên sách tiếng Anh: Zero

1. Phát kiến 2. Số 0 3. Lịch sử 4. Khoa học

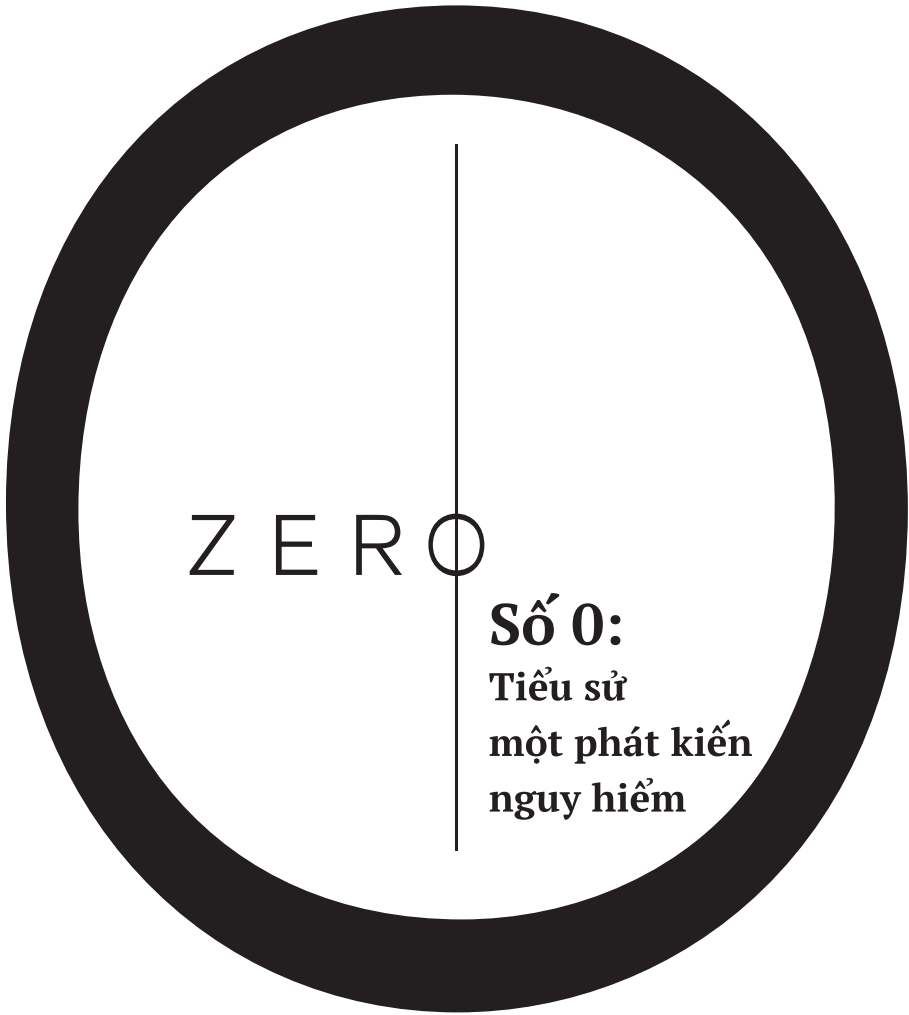
513 - dc23

DTK0198p-CIP

Góp ý về sách, liên hệ về bản thảo và bản dịch: info@omegaplus.vn

Liên hệ ebooks, hợp tác xuất bản & truyền thông trên sách: truyenthong@omegaplus.vn

Liên hệ dịch vụ bản quyền, xuất bản, ký gửi và phát hành: dichvu@omegaplus.vn



Z E R O

Số 0:
Tiểu sử
một phát kiến
nguy hiểm

Charles Seife

Nguyễn Trung Hiếu *dịch*

⊕ MEGA⁺  NHÀ XUẤT BẢN
DÂN TRÍ

ĐỘI NGŨ TRIỂN KHAI OMEGA+

Phụ trách xuất bản: Trần Hoài Phương

Điều phối sản xuất: Nguyễn Hương

Biên tập viên: Trịnh Thu Hằng

Thiết kế bìa: Hoàng Duy Khánh

Trình bày: Vũ Lê Thư

Thư ký xuất bản: Giang Vũ

ĐƠN VỊ HỢP TÁC TRUYỀN THÔNG



<https://www.facebook.com/tramdocvn>

website: <http://tramdoc.vn/>

Mục lục

Lời giới thiệu.....	vii
Chương 0 Vô hiệu.....	1
Chương 1 Vô vi [Nguồn gốc của số không]	4
Chương 2 Không có gì sinh ra từ hư không [Phương Tây chối bỏ số không].....	24
Chương 3 Đặt cược vào hư không [Cuộc Đông tiến của số không]	64
Chương 4 Vị thần vô hạn của hư vô [Thần học về số không].....	85
Chương 5 Vô số các số không và các nhà toán học vô thần [Số không và cuộc cách mạng khoa học].....	108
Chương 6 Người anh em song sinh của vô cùng [Bản chất vô hạn của số không].....	137
Chương 7 Độ không tuyệt đối [Vật lý của số không].....	164
Chương 8 Thời khắc đầu tiên tại điểm khởi đầu [Số không ở rìa không gian và thời gian].....	199
Chương ∞ Chiến thắng cuối cùng của số không [Thời gian kết thúc]	219

Phụ lục A	Động vật, Thực vật hay Thủ tướng?	224
Phụ lục B	Tỷ lệ vàng.....	227
Phụ lục C	Định nghĩa hiện đại về đạo hàm.....	229
Phụ lục D	Cantor xếp thứ tự các số hữu tỷ.....	231
Phụ lục E	Tự tạo Cổ máy thời gian lỗ sâu đục.....	234
Lời cảm ơn		236
Tài liệu tham khảo.....		237
Mục từ tra cứu.....		246

Lời giới thiệu

Thời tôi làm nghiên cứu sinh ở Mỹ cách đây đã 30 năm, cộng đồng người Việt đi học tập và công tác từ trong nước còn rất ít ỏi, Internet và email vừa mới ra đời và việc sử dụng còn rất nhiều trở ngại. Chúng tôi được các anh chị đã sống và làm việc ở Mỹ truyền lại kinh nghiệm rằng cách tốt nhất để luyện nghe và hiểu tiếng Anh là xem những tiểu phẩm truyền hình (sitcom) trên các kênh tivi miễn phí, lúc nào xem mà cười được tức là đã vượt qua được bài kiểm tra nghe hiểu đầu tiên. Một trong những tiểu phẩm truyền hình mà tôi yêu thích nhất, kéo dài suốt gần 10 năm, là *Seinfeld*. Câu chuyện xoay quanh bốn người bạn Seinfeld, Elaine, Kramer và George. Trong một tiểu phẩm, Seinfeld và George thảo luận với nhau về ý tưởng xây dựng một chuỗi show diễn cho đài truyền hình NBC, và cuối cùng đều rất há hê với một ý tưởng mà cả hai đều cho rằng hết sức độc đáo: Một tiểu phẩm hoàn toàn không có chủ đề gì hết. Đó chính là sự độc đáo! Trong khi các show diễn khác có những chủ đề này nọ, tuyến nhân vật được triển khai có lớp lang, thì show diễn của họ sẽ hoàn toàn không có gì cả. “Absolutely nothing!” Ý tưởng này đã làm toàn thể các lãnh đạo của đài NBC hết sức bối rối. Nếu như không có gì cả, thì có gì để nói? Có gì để diễn? Còn với George và Seinfeld thì đó lại là điểm đặc sắc nhất! Chính con số không tròn trĩnh lại là điểm mấu chốt!

Số không quả thực là một bí ẩn lớn. Hơn 10 năm sau khi cuốn sách *Số 0: Tiểu sử một phát kiến nguy hiểm* ra đời, hai nhà tâm lý học người Mỹ là Dustin J. Merritt và Elizabeth M. Brannon đã thực hiện một thí nghiệm rất thú vị: Họ cho một nhóm các trẻ em khoảng 4 tuổi xem trên màn hình các hình vuông, trong mỗi hình vuông có thể có một đến bốn chấm đen, hoặc không có chấm nào cả, và đề nghị các em lựa chọn hình vuông nào có ít chấm nhất. Kết quả là, nếu như chỉ có

các hình vuông có một hay nhiều hơn các chấm đen, khoảng hơn 75% các em trả lời đúng. Nhưng khi có thêm hình vuông không chứa chấm đen nào, tỷ lệ trả lời đúng giảm xuống chỉ còn dưới 50%.

Thí nghiệm trên cho thấy trẻ nhỏ dường như lúc đầu không coi số không như là một số lượng đếm mà coi nó như một sự thiếu vắng, một phạm trù riêng không liên quan gì tới các số khác. Chỉ từ khoảng 6 tuổi trở lên thì các em mới hiểu số 0 như là một con số. Cái không có gì từ đó mới biểu diễn một cái gì đó. Và vì vậy, số không dường như không phải là một kết quả của quá trình tiến hóa, có yếu tố sinh học, mà ít nhất có cả yếu tố văn hóa.

Cuốn sách *Số 0: Tiểu sử một phát kiến nguy hiểm* của nhà báo, nhà phổ biến khoa học Charles Seife, do TS Nguyễn Trung Hiếu chuyển ngữ, mang đến cho bạn đọc những thông tin vô cùng thú vị về sự phát triển của số 0 trong suốt chiều dài của lịch sử loài người, từ những nhận thức sơ khởi cho đến sự ra đời, giai đoạn bị chối bỏ, và sự trở lại đầy vinh quang – đóng vai trò không thể thiếu trong khoa học hiện đại và các công nghệ mới nhất. Tác giả đưa ra những luận điểm dựa trên quan điểm triết học và tôn giáo xoay quanh khái niệm hư không và sự vô hạn để lý giải việc số 0 không có chỗ đứng ở phương Tây cổ đại nhưng lại bèn rễ và phát triển rực rỡ ở phương Đông. Cuốn sách thu hút người đọc bằng những giai thoại, những mẩu chuyện hấp dẫn về cuộc đời và sự nghiệp của những con người gắn liền với lịch sử phát triển của các ý tưởng khoa học, những người với sự bền bỉ, dũng cảm và sáng tạo đã tạo nên những đột phá, những bước nhảy về nhận thức khi vượt qua những trở ngại, bế tắc đôi lúc do sự thiếu vắng hoặc lúc khác do sự hiện diện của số 0. Tác giả sử dụng lối viết giản dị, trong sáng, pha lẫn chút hóm hỉnh, đưa người đọc từng bước làm quen với những khái niệm khoa học một cách gần gũi và tự nhiên.

Xin trân trọng giới thiệu với các độc giả!

LÊ MINH HÀ

Viện Nghiên cứu Cao cấp về Toán Việt Nam (VIASM)

Vô hiệu

Số không¹ đánh trúng tàu USS *Yorktown* giống như một quả ngư lôi. Ngày 21 tháng 9 năm 1997, khi đang tuần tra ngoài bờ biển Virginia, con tàu tuần dương mang tên lửa trị giá cả tỉ đô la bỗng nhiên ngừng chạy. *Yorktown* trở nên vô dụng giữa biển khơi.

Tàu chiến được thiết kế để chịu được cú đánh của một quả ngư lôi hoặc một vụ nổ thủy lôi. Dù trang bị cho nó khả năng chống chịu vũ khí, không ai từng nghĩ đến việc bảo vệ nó khỏi số không. Đó là một sai lầm chết người.

Máy tính của tàu *Yorktown* vừa mới nhận được một phần mềm để điều khiển động cơ. Không may là chẳng ai phát hiện ra quả bom hẹn giờ ẩn náu trong những dòng lệnh, một số không mà các kỹ sư lẽ ra phải xóa bỏ đi khi cài phần mềm. Nhưng vì lý do này khác, số không đó bị bỏ sót và cứ thế ẩn mình trong sự đoan lệnh. Âm thầm, nói đúng hơn là âm thầm cho đến khi phần mềm được nạp vào bộ nhớ, và rồi tắc nghẽn.

Khi hệ thống máy tính của tàu *Yorktown* cố gắng làm phép chia cho không, cỗ máy 80.000 mã lực lập tức trở thành vô dụng. Phải mất tới gần ba giờ để gắn phần điều khiển vào động cơ, và *Yorktown* giờ đây

1. Trong nội dung sách bản tiếng Việt, chúng tôi trung thành với nguyên tác khi zero được viết ở dạng chữ (số không) trong những bối cảnh và những góc nhìn đa chiều như triết học, vật lý, toán học... và dạng chữ số (số 0) trong các công thức toán học và vật lý cụ thể. (BT)

* Lưu ý: Chú thích có ghi (BT) là của người biên tập, (ND) là của người dịch, các chú thích còn lại là của tác giả.

ì ạch lết về cảng. Các kỹ sư mất thêm hai ngày để gỡ bỏ số không, sửa chữa động cơ và đưa tàu *Yorktown* trở lại trạng thái sẵn sàng chiến đấu.

Không có con số nào khác có thể gây ra tổn thất lớn đến thế. Các lỗi phần mềm giống như lỗi gây ra cho *Yorktown* mới chỉ là một cái bóng mờ nhạt của sức mạnh của số không. Các nền văn hóa luôn sẵn sàng chống lại số không, các triết lý vỡ vụn dưới ảnh hưởng của nó, bởi số không khác hẳn những số khác. Nó mang đến một ý niệm thoáng qua về sự không thể diễn tả và sự vô hạn. Đó là lý do nó đã bị người ta sợ hãi và ghét bỏ – và loại nó khỏi vòng pháp luật.

Đây là câu chuyện về số không, từ sự ra đời của nó từ thời Cổ đại đến sự phát triển và nuôi dưỡng nó ở phương Đông, sự vật lộn để được chấp nhận ở châu Âu, vị thế của nó ở phương Tây, và mối hiểm nguy thường trực của nó với vật lý hiện đại. Đó là câu chuyện của những người tranh cãi về ý nghĩa của con số huyền bí này – những nhà hiền triết và những người theo chủ nghĩa thần bí, những nhà khoa học và các giáo sĩ – mỗi người trong số họ đều cố tìm cách hiểu số không. Đó là câu chuyện về những cố gắng bất thành (và nhiều lúc có phần dữ dội) của thế giới phương Tây nhằm ngăn chặn một ý tưởng từ phương Đông. Và đó là lịch sử của những nghịch lý do một con số tròn-ngày-thơ-vô-số-tội đặt ra, thứ làm bối rối ngay cả những bộ óc thông thái nhất của thế kỷ và đe dọa phá hủy toàn bộ khuôn khổ tư tưởng khoa học.

Số không là con số quyền lực vì nó là anh em sinh đôi của vô cùng. Chúng bằng nhau về độ lớn và trái dấu, như âm và dương. Chúng cùng gây ra những nghịch lý và phiến toái như nhau. Những câu hỏi lớn nhất trong khoa học và tôn giáo đều xoay quanh hư vô và vĩnh cửu, trống rỗng và vô tận, không có gì và vô cùng. Những cuộc đụng độ về số không là những tranh luận nảy lửa làm rung chuyển những nền tảng của triết học, của khoa học, của toán học, và của tôn giáo. Ẩn sâu bên dưới mỗi cuộc cách mạng đều có một số không – và vô cùng.

Số không nằm ở trung tâm cuộc chiến giữa Đông và Tây, là tâm điểm của cuộc đấu tranh giữa tôn giáo và khoa học. Số không trở thành

ngôn ngữ của tự nhiên và công cụ quan trọng nhất của toán học. Và những vấn đề sâu sắc nhất của vật lý – lõi tối của một lỗ đen và ánh sáng lóe rực rỡ của Vụ nổ Lớn – là những cuộc vật lộn nhằm đánh bại số không.

Ấy vậy mà trong suốt lịch sử của mình, dù bị chối bỏ và lưu đày, số không luôn đánh bại những kẻ muốn chống lại nó. Nhân loại không thể nào ép nó phải tuân theo những triết lý của mình. Trái lại, số không định hình nên cái nhìn của nhân loại về vũ trụ – và về Thượng Đế.

Vô vi

[Nguồn gốc của số không]

Ban đầu chẳng có sự tồn tại lẫn không tồn tại, không có không gian lẫn bầu trời. Cái gì chuyển động? Ở đâu?

— Kinh Rig Vê Đà

Câu chuyện về số không có từ thời cổ đại. Nó bắt nguồn từ thưở bình minh của Toán học, thời điểm nhiều nghìn năm trước khi nền văn minh đầu tiên xuất hiện, rất lâu trước khi con người biết đọc và viết. Nhưng mặc dù số không có vẻ tự nhiên đối với chúng ta thời nay, với các dân tộc thời cổ đại, số không là một ý tưởng xa lạ – và đáng sợ. Một khái niệm phương Đông, được sinh ra ở vùng Lưỡng Hà nhiều vài thế kỷ trước khi Chúa Jesus ra đời, số không không chỉ gọi lên hình ảnh của một sự trống rỗng căn bản mà còn mang trong mình nhiều tính chất toán học nguy hiểm. Bên trong nó có một sức mạnh có thể phá vỡ khuôn khổ của logic.

Những sự khởi đầu của tư tưởng toán học được hình thành từ mong muốn đếm cừu, và nhu cầu theo dõi tài sản và sự trôi đi của thời gian. Không nhiệm vụ nào trong đó cần đến số không; các nền văn minh vẫn hoạt động hoàn toàn ổn suốt nhiều thiên niên kỷ trước khi nó được phát hiện ra. Quả thế, với nhiều nền văn hóa, số không đáng ghét đến mức người ta chọn sống không có nó.

Cuộc sống không có số không

Điều khác biệt [quan trọng] về số không là ta chẳng cần đến nó trong các hoạt động thường nhật. Chẳng ai ra ngoài để mua không con cá. Theo một cách nào đó, số không là số đếm tinh tế nhất, và ta chỉ buộc phải dùng nó do đòi hỏi của các cách thức tư duy tinh vi.

— ALFRED NORTH WHITEHEAD

Với một người thời hiện đại, thật khó mà hình dung ra một cuộc sống không có số không, cũng hết như thật khó mà hình dung ra một cuộc sống không có số 7 hay số 31. Tuy vậy từng có thời chẳng hề có số không, cũng hết như chẳng có số 7 và 31. Thời đó còn trước khi có lịch sử, vì thế các nhà cổ sinh vật học đã phải chấp nối từng mảnh đá và xương để làm nên câu chuyện về sự ra đời của toán học. Từ những mảnh vụn đó, các nhà nghiên cứu khám phá ra rằng các nhà toán học thời Đồ đá có đôi chút thô lỗ hơn các đồng nghiệp thời hiện đại. Thay vì bảng đen, họ lại dùng lũ sói.

Một manh mối then chốt dẫn đến bản chất của toán học thời đồ đá được khai quật vào cuối những năm 1930 khi nhà khảo cổ học Karl Absolom, đang sàng những lớp bụi ở xứ Tiệp Khắc thời ấy, phát hiện ra một mảnh xương chó sói 30.000 năm tuổi có khắc một chuỗi các vết khía. Không ai biết anh chàng người tiền sử Gog¹ đã dùng mảnh xương đó để đếm số nai anh ta giết được, số hình hang động mà anh ta vẽ hay số ngày kể từ lần cuối anh ta tắm rửa, nhưng một điều khá rõ ràng là người tiền sử đang đếm thứ gì đó.

Một mảnh xương chó sói với người thời Đồ đá cũng tương đương với một siêu máy tính thời nay. Tổ tiên của Gog thậm chí còn không đếm nổi đến hai, và họ tất nhiên là chẳng cần đến số không. Khi Toán học vừa ra đời, có lẽ người ta chỉ có thể phân biệt giữa *một* với *nhiều*. Một người tiền sử có một mũi giáo hoặc nhiều mũi giáo; anh ta đã ăn một con thằn lằn hay nhiều con thằn lằn. Không có cách nào để biểu diễn bất cứ số lượng nào khác ngoài một và nhiều. Theo thời gian, các ngôn ngữ nguyên thủy tiến hóa dần để có thể phân biệt được *một*, *hai* với *nhiều*, và cuối cùng là *một*, *hai*, *ba* với *nhiều*, nhưng không có từ nào để chỉ các số lớn hơn. Một số ngôn ngữ đến giờ vẫn còn nhược điểm

1. Rất có thể tác giả muốn liên hệ đến loạt phim truyền hình xứ Wales *Gogs* (Những người phương Bắc) thuộc thể loại hài hoạt hình đất nặn. Phim kể về những người nhà Gog, một gia đình người tiền sử ngốc nghếch và thô lỗ, không có ngôn ngữ nói mà chỉ giao tiếp bằng cách phát ra những tiếng động như gậm gừ, gáo thét. (ND)

đó. Thổ dân da đỏ Siriono ở Bolivia và người Yanoama ở Brazil không có từ nào cho các thứ lớn hơn ba; thay vào đó, hai bộ lạc này sử dụng các từ có nghĩa là “nhiều”.

Chính nhờ cái bản chất các con số là chúng có thể cộng lại để tạo ra số mới mà hệ đếm đã không dừng lại ở số ba. Một thời gian sau, những thành viên bộ lạc thông minh bắt đầu nối các từ-gọi-tên-số thành một cụm để tạo ra nhiều số hơn. Các ngôn ngữ hiện được các tộc người Bacairi và Bororo ở Brazil sử dụng cho ta thấy quá trình này trong thực tế; họ có các hệ đếm bắt đầu với “một”, “hai”, “hai và một”, “hai và hai”, “hai và hai và một” và cứ thế tiếp diễn. Những người này đếm theo các bộ hai. Các nhà toán học gọi đó là hệ *nhị phân*.

Ít tộc người đếm theo các bộ hai như người Bacairi và Bororo. Mảnh xương sói đã nói ở trên dường như là điển hình hơn cho những hệ đếm cổ. Mảnh xương sói của Gog có 55 vết khía nhỏ, được sắp xếp cứ năm cái một; có một khía thứ hai sau 25 dấu đầu tiên. Trong nó thật đáng ngờ cứ như thể Gog đang đếm năm cái một, rồi tính tổng theo các nhóm năm. Việc đếm số các dấu khắc theo nhóm thì nhanh hơn nhiều so với đếm từng cái một. Các nhà toán học hiện đại sẽ nói rằng Gog, kẻ khắc xương chó sói, sử dụng một hệ đếm cơ số năm, hay còn gọi là hệ *ngũ phân*.

Nhưng tại sao lại là năm? Về cơ bản, đây là một quyết định tùy ý. Ví thử Gog đếm theo các bộ bốn, và đếm các nhóm bốn và 16, hệ đếm của anh ta vẫn cứ vận hành tốt như cũ, cũng chẳng khác gì nếu như anh ta đếm theo các nhóm sáu và 36. Việc phân nhóm không ảnh hưởng gì đến số dấu khắc trên mảnh xương; chỉ ảnh hưởng đến cách Gog đếm chúng khi khắc xong – và anh ta sẽ luôn nhận được cùng một kết quả bất kể đếm theo cách nào. Tuy nhiên, Gog thích đếm theo các bộ năm hơn là bốn, và mọi người khắp thế giới có chung ý thích với anh. Việc bàn tay con người có năm ngón là một sự tình cờ của tạo hóa, và bởi sự tình cờ đó, năm có vẻ là hệ cơ số được ưa chuộng trong nhiều nền văn hóa. Ví dụ, người Hy Lạp cổ đại dùng từ “đếm các bộ năm” để chỉ quá trình kiểm đếm.

Ngay cả trong các lược đồ đếm nhị phân ở Nam Mỹ, các nhà ngôn ngữ học cũng nhìn thấy sự khởi đầu của một hệ ngũ phân. Một cụm từ khác trong tiếng Bororo thay cho “hai và hai và một” là “đây là cả bàn tay của tôi.” Rõ ràng, các bộ tộc cổ đại thích đếm bằng các bộ phận cơ thể của họ, và năm (một bàn tay), mười (cả hai bàn tay), và hai mươi (cả hai bàn tay và hai bàn chân) là những thứ được yêu thích. Trong tiếng Anh, mười một và mười hai dường như bắt nguồn từ “hơn [mười] một đơn vị” và “hơn [mười] hai đơn vị”, trong khi mười ba, mười bốn, mười lăm, v.v., là những từ thu gọn của “ba và mười”, “bốn và mười” và “năm và mười”. Từ đó, các nhà ngôn ngữ học kết luận rằng mười là đơn vị cơ bản trong các ngôn ngữ Giéc-manh, vốn là ngôn ngữ nguyên thủy của tiếng Anh, và do đó những người này sử dụng hệ đếm cơ số 10. Mặt khác, trong Tiếng Pháp, tám mươi là *quatre-vingts* (bốn lần hai mươi), và chín mươi là *quatre-vingt-dix* (bốn lần hai mươi và mười). Điều này có thể có nghĩa là những người sống ở nơi ngày nay là nước Pháp sử dụng một hệ đếm cơ số 20 hay hệ *nhị thập phân*. Các số như 7 và 31 thuộc tất cả các hệ đếm đó, ngũ phân, thập phân, cũng như nhị thập phân. Tuy nhiên, không hệ đếm nào trong số đó có số không. Khái niệm này đơn giản là không hề tồn tại.

Ta không bao giờ cần theo dõi không con cừu hoặc đếm không người con. Thay vì “Chúng tôi có không quả chuối”, người bán hàng tạp hóa nói, “Chúng tôi không có quả chuối nào”. Ta không cần phải có một con số để thể hiện sự thiếu hụt của một thứ gì đó, và không ai nghĩ đến việc gán một ký hiệu cho sự thiếu vắng của các đối tượng. Đây là lý do tại sao mọi người vẫn sống mà không có số không lâu đến vậy. Đơn giản là nó không cần thiết. Số không không bao giờ xuất hiện.

Trên thực tế, nhận biết về các con số là một khả năng đáng kể vào thời tiền sử. Chỉ cần biết đếm đã được xem là một tài năng cũng huyền bí và bí ẩn như việc niệm chú và gọi tên các vị thần. Trong cuốn *Tử thư Ai Cập*, khi thử thách một linh hồn đã chết, Aqen, người lái đò đưa

những linh hồn đã khuất qua một con sông ở thế giới bên kia, từ chối bất kỳ ai “không biết số ngón tay của mình” lên đò. Để thỏa mãn yêu cầu của người lái đò, linh hồn phải đọc to một đoạn thơ đếm để đếm số ngón tay của mình. (Ngược lại, người lái đò trong truyền thuyết Hy Lạp thì lại muốn lấy tiền, được giấu dưới lưỡi của người đã chết.)

Mặc dù khả năng đếm rất hiếm trong thế giới cổ đại, nhưng các con số và những nguyên tắc cơ bản của việc đếm luôn phát triển trước việc viết và đọc. Khi các nền văn minh sơ khai bắt đầu ép cây sậy vào các phiến đất sét, khắc hình vẽ lên đá và bôi mực lên các tấm da và giấy papyrus, thì các hệ đếm đã được thiết lập tốt. Việc chuyển hệ thống số ở dạng lời nói thành dạng viết là một nhiệm vụ đơn giản: người ta chỉ cần tìm ra một phương pháp mã hóa để những người ghi chép có thể ghi lại các con số ở dạng lâu dài hơn. (Một số xã hội thậm chí còn tìm ra cách để làm điều này trước khi họ phát hiện ra chữ viết. Ví dụ, người Inca không có chữ viết đã sử dụng *quipu*, một đoạn dây thừng có các nút thắt màu sắc, để ghi lại các phép tính.)

Những người ghi chép đầu tiên đã viết các con số theo cách phù hợp với hệ thống cơ số của mình và có thể đoán trước được là họ đã làm theo cách súc tích nhất mà họ có thể nghĩ ra. Xã hội đã tiến bộ kể từ thời Gog. Thay vì tạo ra những nhóm các dấu nhỏ lặp đi lặp lại, những người ghi chép tạo ra các ký hiệu cho từng loại phân nhóm; trong hệ cơ số năm, người ghi chép có thể tạo một dấu hiệu nào đó cho số một, một ký hiệu khác cho một nhóm năm, một dấu hiệu khác cho nhóm 25, và cứ thế tiếp diễn.

Người Ai Cập làm đúng như vậy. Cách đây hơn 5.000 năm, trước thời của các kim tự tháp, người Ai Cập cổ đại đã thiết kế một hệ thống để ký hiệu hệ thập phân của họ, dùng hình ảnh biểu diễn các con số. Một dấu sổ thẳng thể hiện một đơn vị, còn hình xương gót chân biểu diễn số 10, một cái lưới bẫy chim xoáy tượng trưng cho 100, v.v.. Để viết một số theo lược đồ này, người ghi chép Ai Cập chỉ việc ghi lại các nhóm ký hiệu đó. Thay vì phải viết ra 123 dấu tích để biểu thị số “một

trăm hai mươi ba”, người ghi chép viết sáu ký hiệu: một cái bẫy, hai gót chân và ba dấu số. Đó là cách làm toán điển hình trong thời cổ đại. Và giống như hầu hết các nền văn minh khác, Ai Cập không có – hoặc không cần – một con số không.

Tuy nhiên, người Ai Cập cổ đại là những nhà toán học khá tinh tế. Họ là những nhà thiên văn học và người tính giờ bậc thầy, điều đó có nghĩa là họ phải sử dụng toán học ở mức cao, do bản chất thay đổi liên tục của lịch.

Tạo ra một bộ lịch ổn định là một vấn đề đối với hầu hết các dân tộc cổ đại, bởi họ thường bắt đầu bằng một bộ lịch theo Mặt Trăng: độ dài của một tháng là thời gian giữa các lần trăng tròn liên tiếp. Đó là một lựa chọn tự nhiên; sự tròn và khuyết của Mặt Trăng trên bầu trời rất khó bỏ qua, và theo một cách thuận tiện nó giúp ta đánh dấu các chu kỳ tuần hoàn của thời gian. Nhưng tháng theo lịch mặt trăng có độ dài giữa 29 và 30 ngày. Bất kể ta sắp xếp nó như thế nào, 12 tháng âm lịch chỉ có tổng cộng khoảng 354 ngày – thiếu khoảng 11 ngày so với độ dài của năm dương lịch. Mười ba tháng âm lịch thì lại thừa ra khoảng 19 ngày. Vì năm dương lịch, chứ không phải năm âm lịch, quyết định thời gian thu hoạch và trồng trọt, nên các mùa dương như bị lệch dần khi ta tính theo một năm âm lịch chưa hiệu chỉnh.

Hiệu chỉnh lịch âm là một công việc phức tạp. Một số quốc gia hiện đại, như Israel và Ả Rập Xê Út, vẫn sử dụng một bộ lịch âm đã cải biên, nhưng từ 6.000 năm trước, người Ai Cập đã nghĩ ra một hệ thống tốt hơn. Phương pháp của họ là một cách đơn giản hơn nhiều để theo dõi sự trôi qua của các ngày, tạo ra một bộ lịch ăn khớp với các mùa trong nhiều năm. Thay vì dùng Mặt Trăng để theo dõi sự trôi qua của thời gian, người Ai Cập sử dụng Mặt Trời, giống như hầu hết các quốc gia ngày nay.

Lịch Ai Cập có 12 tháng, giống như lịch âm, nhưng mỗi tháng dài 30 ngày. (Là những người dùng hệ cơ số 10, tuần của họ, *thập nhật*, có 10 ngày.) Vào cuối năm, có thêm năm ngày, nâng tổng số lên thành

365. Loại lịch này là nguồn gốc cho lịch của chúng ta; hệ thống Ai Cập đã được người Hy Lạp và sau đó là La Mã áp dụng, nơi nó được cải biên bằng cách thêm vào năm nhuận, và sau đó trở thành lịch tiêu chuẩn của thế giới phương Tây. Tuy nhiên, vì người Ai Cập, người Hy Lạp và người La Mã không có số không, nên lịch phương Tây không có số không nào – một sự thiếu sót sẽ gây ra những rắc rối nhiều thiên niên kỷ sau đó.

Sự đổi mới của người Ai Cập về lịch mặt trời là một bước đột phá, nhưng họ đã tạo ra một dấu ấn thậm chí còn quan trọng hơn trong lịch sử: sự phát minh ra bộ môn hình học. Ngay cả khi không có số không, người Ai Cập đã nhanh chóng trở thành bậc thầy về toán học. Họ buộc phải trở nên như vậy, do có một dòng sông dữ dội. Hằng năm, sông Nile sẽ tràn bờ và gây ngập lụt đồng bằng. Tin tốt là lũ lụt làm lắng đọng phù sa màu mỡ trên khắp các cánh đồng, khiến đồng bằng sông Nile trở thành vùng đất nông nghiệp màu mỡ nhất trong thế giới cổ đại. Tin xấu là dòng sông đã phá hủy nhiều mốc giới, xóa sạch mọi chỉ dấu cho người nông dân biết khu đất nào là của họ để canh tác. (Người Ai Cập rất coi trọng quyền sở hữu tài sản. Trong Tử thư Ai Cập, một người mới chết phải thể với các vị thần rằng anh ta không lừa dối hàng xóm của mình qua việc ăn cắp đất đai của họ. Đó là một tội lỗi bị trừng phạt bằng hình thức bị moi tim làm thức ăn cho một con thú khủng khiếp mà người ta gọi là kẻ xé xác. Ở Ai Cập, ăn cắp của hàng xóm được xem là một tội ác tày đình cũng ngang với tội bội ước, giết người hay bán bỏ thân linh.)

Các pharaoh cổ đại giao cho các nhân viên đặc điền đánh giá thiệt hại và thiết lập lại các mốc ranh giới, và vì thế hình học đã ra đời. Những nhân viên đặc điền này, hay người chằng dây (được đặt tên theo các thiết bị đo lường và dây thừng có nút thắt được thiết kế để đánh dấu các góc vuông), dần dần học được cách xác định diện tích của các lô đất bằng cách chia chúng thành các hình chữ nhật và hình tam giác. Người Ai Cập cũng học cách đo thể tích của các vật thể – như

kim tự tháp. Toán học Ai Cập nổi tiếng khắp Địa Trung Hải, và nhiều khả năng là các nhà toán học Hy Lạp thời kỳ đầu, những bậc thầy về hình học như Thales và Pythagoras, đã theo học ở Ai Cập. Tuy nhiên, cho dù người Ai Cập có những thành tựu hình học xuất sắc, số không không hề xuất hiện ở bất kỳ đâu trên đất Ai Cập.

Một phần là do người Ai Cập có khuynh hướng thực tế. Họ không bao giờ tiến xa hơn việc đo thể tích và đếm ngày và giờ. Toán học không được sử dụng cho bất kỳ điều gì không thực tế, ngoại trừ hệ thống chiêm tinh của họ. Kết quả là, các nhà toán học giỏi nhất của họ không có khả năng sử dụng các nguyên lý hình học cho bất kỳ điều gì không liên quan đến các vấn đề thực tế – họ không biến hệ thống toán học của mình thành một hệ thống logic trừu tượng. Họ cũng không có xu hướng đưa toán học vào triết học của mình. Người Hy Lạp thì khác; họ sẵn sàng đón nhận sự trừu tượng và triết học, và đưa toán học lên đến đỉnh cao nhất vào thời cổ đại. Ấy vậy mà người Hy Lạp cũng chẳng phải là những người phát minh ra số không. Số không đến từ phương Đông, chứ không phải phương Tây.

Sự ra đời của số không

Trong lịch sử văn hóa, việc phát hiện ra số không sẽ luôn được coi là một trong những thành tựu vĩ đại nhất của loài người.

— TOBIAS DANZIG, *NUMBER: THE LANGUAGE OF SCIENCE*
(CON SỐ: NGÔN NGỮ CỦA KHOA HỌC)

Người Hy Lạp hiểu toán học tốt hơn người Ai Cập; một khi đã nắm vững môn hình học của người Ai Cập, các nhà toán học Hy Lạp đã nhanh chóng vượt qua những người thầy của họ.

Ban đầu, hệ đếm của người Hy Lạp khá giống với hệ đếm của người Ai Cập. Người Hy Lạp cũng có hệ đếm cơ số 10 và có rất ít sự khác biệt trong cách ghi lại các con số của hai nền văn hóa này. Thay vì dùng hình ảnh để biểu diễn số như cách của người Ai Cập, người Hy Lạp sử dụng chữ cái. H (eta) để chỉ *hekaton*: 100. M (mu) để chỉ

myriori: 10.000 – mười nghìn, nhóm lớn nhất trong hệ đếm Hy Lạp. Họ cũng có một ký hiệu cho số năm, biểu thị một hệ thập phân-ngũ phân hỗn hợp, nhưng nhìn chung, trong thời gian đầu, hệ thống ghi số của người Hy Lạp và Ai Cập gần như giống hệt nhau. Khác với người Ai Cập, người Hy Lạp đã vượt qua cách viết số thô sơ này và phát triển một hệ thống tinh vi hơn.

Thay vì sử dụng hai nét gạch để biểu thị 2, hoặc ba chữ H để biểu thị 300 như cách đếm của người Ai Cập, một hệ thống chữ viết mới hơn của người Hy Lạp, xuất hiện từ trước năm 500 TCN, có các chữ cái riêng biệt cho 2, 3, 300 và nhiều số khác (Hình 1). Theo cách này, người Hy Lạp tránh dùng các chữ cái lặp lại. Ví dụ, để viết số 87 theo hệ thống Ai Cập sẽ cần 15 ký hiệu: tám dấu gạch ngang và bảy dấu sổ. Hệ thống Hy Lạp mới sẽ chỉ cần hai ký hiệu: π cho số 80 và ζ cho số 7. (Hệ thống La Mã, thay thế các chữ số Hy Lạp, là một bước thụt lùi trở về hệ thống Ai Cập thô sơ hơn. Trong hệ thống La Mã, để ghi 87, LXXXVII, cần dùng tới bảy ký hiệu, với một vài lần lặp lại.)

Mặc dù hệ thống số Hy Lạp tinh vi hơn hệ thống Ai Cập, nhưng nó không phải là cách viết số tiên tiến nhất trong thế giới cổ đại. Danh hiệu đó thuộc về một phát minh khác của phương Đông: cách đếm của người Babylon. Và nhờ có hệ thống này, số không cuối cùng đã xuất hiện ở phương Đông, tại vùng Lưỡng hà nhiều của Iraq ngày nay.

Thoạt nhìn, hệ thống Babylon có vẻ quái lạ. Trước hết, hệ thống này là hệ *lục thập phân* (sexagesimal) – dựa trên số 60. Đây là một lựa chọn kỳ lạ, đặc biệt vì hầu hết các xã hội loài người đều chọn 5, 10 hoặc 20 làm cơ số. Ngoài ra, người Babylon chỉ sử dụng hai dấu hiệu để biểu thị các con số của họ: một dấu nêm biểu thị 1 và một dấu nêm đôi biểu thị 10. Các nhóm những dấu hiệu này, được sắp xếp thành từng cụm có tổng nhỏ hơn hoặc bằng 59, là các ký hiệu cơ bản của hệ đếm, giống như hệ thống Hy Lạp dựa trên các chữ cái và hệ thống Ai Cập dựa trên các hình ảnh. Nhưng đặc điểm thực sự khác lạ của hệ thống Babylon là, thay vì có các ký hiệu riêng biệt cho từng số như hệ thống Ai Cập và Hy Lạp, mỗi ký hiệu Babylon có thể biểu thị rất nhiều các số khác nhau.

Ví dụ, một dấu nêm đơn lẻ có thể biểu thị cho 1; 60; 3.600; hoặc vô số các số khác.

Hình 1: Chữ số trong các nền văn minh khác nhau



Hiện đại	1	2	3	4	10	20	30	100	200	123
Ai Cập	I	II	III	IIII	∩	∩∩	∩∩∩	@	@@	@∩∩IIII
Hy Lạp (kiểu cũ)	I	II	III	IIII	△	△△	△△△	H	HH	H△△III
Hy Lạp (kiểu mới)	α	β	γ	δ	ι	κ	λ	ρ	σ	ρκσ
La Mã	I	II	III	IV	X	XX	XXX	C	CC	CXXXIII
Do Thái	א	ב	ג	ד	י	כ	ל	ק	ר	קכג
Maya	=	⦿	≡	⦿	≡	⦿..

Hệ thống này có vẻ kỳ lạ theo cách nhìn hiện đại, nhưng lại hoàn toàn hợp lý với người xưa. Sản phẩm của thời Đồ đồng này có vai trò tương đương với mã lệnh máy tính ngày nay. Người Babylon, giống như nhiều nền văn hóa khác, đã phát minh ra những chiếc máy để giúp họ đếm. Nổi tiếng nhất là bàn tính. Được gọi là *soroban* ở Nhật Bản, *suàn-pan* ở Trung Quốc, *s'choty* ở Nga, *coulba* ở Thổ Nhĩ Kỳ, *choreb* ở Armenia và nhiều tên gọi khác ở các nền văn hóa khác, bàn tính dựa vào các viên đá có thể trượt để theo dõi số lượng. (Các từ *calculate*, *calculus* và *calcium* đều bắt nguồn từ *calculus* trong tiếng Latin, có nghĩa là viên sỏi.)

Việc cộng các số trên bàn tính cũng đơn giản như việc di chuyển các viên đá lên xuống. Các viên đá ở các cột khác nhau có các giá trị khác nhau và bằng cách di chuyển chúng, người dùng thành thạo có thể cộng các số lớn rất nhanh chóng. Khi hoàn thành phép tính, người dùng chỉ việc nhìn vào vị trí cuối cùng của các viên đá và chuyển đổi nó thành một con số – một thao tác khá đơn giản.

Hệ thống số đếm của người Babylon giống như một chiếc bàn tính được khắc tượng trưng trên một tấm đất sét. Mỗi nhóm ký hiệu biểu thị một số lượng viên đá nhất định đã được di chuyển trên bàn tính, và giống như mỗi cột của bàn tính, mỗi nhóm có một giá trị khác nhau, tùy thuộc vào vị trí của nó. Theo cách này, hệ thống của

người Babylon không khác nhiều so với hệ thống mà chúng ta sử dụng ngày nay. Mỗi số 1 trong số 111 biểu thị một giá trị khác nhau; từ phải sang trái, chúng lần lượt biểu thị cho “một”, “mười” và “một trăm”. Tương tự như vậy, ký hiệu Υ trong $\Upsilon\Upsilon\Upsilon$ biểu thị cho “một”, “sáu mươi” hoặc “ba nghìn sáu trăm” ở ba vị trí khác nhau. Nó giống như một chiếc bàn tính, ngoại trừ một vấn đề. Người Babylon sẽ viết số 60 như thế nào? Số 1 rất dễ viết: Υ . Thật không may, 60 cũng được viết là Υ ; điểm khác biệt duy nhất là Υ ở vị trí thứ hai chứ không phải vị trí đầu tiên. Với bàn tính, ta có thể dễ dàng biết được số nào được biểu thị. Một viên đá đơn lẻ ở cột đầu tiên để phân biệt với một viên đá đơn lẻ ở cột thứ hai. Điều tương tự không còn đúng khi viết. Người Babylon không có cách nào để biểu thị ký hiệu được viết nằm ở cột nào; Υ có thể biểu thị 1, 60 hoặc 3.600. Vấn đề trở nên tệ hơn khi họ trộn lẫn các con số. Ký hiệu $\Upsilon\Upsilon$ có thể có nghĩa là 61; 3.601; 3.660; hoặc thậm chí các giá trị lớn hơn.

Số không là giải pháp cho vấn đề này. Vào khoảng năm 300 TCN, người Babylon đã bắt đầu sử dụng hai hình nêm xiên, , để biểu thị một khoảng trống, một cột trống trên bàn tính. Dấu hiệu *giữ chỗ* này giúp dễ dàng biết được vị trí của ký hiệu. Trước khi số không xuất hiện, $\Upsilon\Upsilon$ được hiểu là 61 hoặc 3.601. Nhưng khi có số không, $\Upsilon\Upsilon$ có nghĩa là 61; 3.601 được viết là Υ  Υ (Hình 2). Số không ra đời do nhu cầu mang đến cho mỗi dãy chữ số Babylon một ý nghĩa duy nhất và cố định.

Mặc dù số không là có lợi, nhưng nó chỉ là một dấu hiệu giữ chỗ. Nó chỉ là một ký hiệu cho một chỗ trống trong bàn tính, một cột mà tất cả các viên đá đều nằm ở phía dưới [và không trượt lên trên]. Nó chỉ có mỗi tác dụng đảm bảo các chữ số nằm ở đúng vị trí; nó thực sự không có giá trị bằng số của riêng mình. Rốt cuộc, 000.002.148 có nghĩa giống hệt như 2.148. Một chữ số không trong một dãy các chữ số là có ý nghĩa nếu có một số chữ số khác ở bên trái của nó. Tự nó, nó có nghĩa là... không gì cả. Không là một chữ số, không phải là một con số. Nó không có giá trị.

Hình 2: Chữ số của người Babylon

Khi không có số không							
𐎶	<	𐎶𐎶	<𐎶	𐎶𐎶	<𐎶	𐎶𐎶	< 𐎶
1	10	61	601	3,601	36,001	216,001	2,160,001
𐎶	<	𐎶𐎶	<𐎶	𐎶𐎶𐎶	<𐎶𐎶	𐎶𐎶𐎶𐎶	<𐎶𐎶𐎶
Khi có số không							

Giá trị của một số ứng với chỗ của nó trên trục số – từ vị trí của nó so với các số khác. Ví dụ, số 2 đứng trước số 3 và sau số 1; không có chỗ nào khác hợp lý. Tuy nhiên, thoạt đầu trên trục số không có chỗ nào đánh dấu vị trí của số 0. Nó chỉ là một ký hiệu; không hề có vị trí trong hệ thống phân cấp các con số. Ngay cả ngày nay, đôi khi ta vẫn coi số không là một thứ không phải số mặc dù ta đều biết rằng số không có giá trị bằng số của nó, thông qua việc sử dụng chữ số 0 làm ký hiệu giữ chỗ mà không kết nối nó với con số không. Hãy nhìn các phím điện thoại hoặc hàng phía trên của bàn phím máy tính. Số 0 đứng sau số 9, không phải trước số 1, như nó vốn phải như vậy. Ký hiệu giữ chỗ 0 nằm ở đâu chẳng được; nó có thể ở bất kỳ đâu trong dãy số. Nhưng ngày nay, mọi người đều biết rằng số không không thể nằm ở vị trí tùy ý trên trục số, vì nó có giá trị bằng số cụ thể. Đó là con số phân tách số dương với số âm. Nó là một số chẵn và là số nguyên liền trước số một. Số không bắt buộc phải nằm đúng vị trí của nó trên trục số, trước số một và sau số âm một. Không có chỗ nào khác hợp lý. Tuy nhiên, số không lại nằm ở vị trí sau cùng của bàn phím máy tính và ở hàng dưới cùng của các nút bấm điện thoại vì chúng ta luôn bắt đầu đếm bằng số một.

Số một có vẻ là số thích hợp để bắt đầu đếm, nhưng làm như vậy buộc ta phải đặt số không ở một vị trí không tự nhiên. Đối với các nền văn hóa khác, như người Maya ở Mexico và Trung Mỹ, bắt đầu bằng số một dường như không phải là điều hợp lý. Trên thực tế, người Maya có một hệ số – và một bộ lịch – hợp lý hơn hệ số và bộ lịch của chúng ta. Giống như người Babylon, người Maya có một hệ